

Fizyka 1

Zestaw I

Wszystkie współczynniki liczbowe w podanych równaniach zostały wyrażone w odpowiednich jednostkach układu SI, o ile nie podano inaczej

1. Proszę zamienić jednostki:

a) $18 \text{ cm} = \quad \text{km}$ b) $16 \text{ ng} = \quad \text{kg}$ c) $0,0005 \text{ kg} = \quad \text{mg}$

d) $16 \text{ km/h} = \quad \text{m/s}$ e) $14 \text{ mil morskich/min} = \quad \text{km/h}$

2. Złoty pręt o masie 250 g rozciągnięto, uzyskując drut o średnicy $5 \mu\text{m}$. Proszę wyznaczyć jego długość, jeżeli gęstość złota jest równa $19\,300 \text{ kg/m}^3$.

3. Dane są dwa wektory: $\vec{a} = 1\hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k}$; $\vec{b} = 2\hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k}$. Proszę znaleźć:

a) długość każdego wektora

b) iloczyn skalarny $\vec{a} \cdot \vec{b}$

c) miarę kąta pomiędzy wektorami $\vec{a} - \vec{b}$ i $\vec{a} + \vec{b}$

d) iloczyn wektorowy $\vec{a} \times \vec{b}$

4. Dane są trzy wektory: $\vec{a} = 3\hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k}$; $\vec{b} = -\hat{i} - 4\hat{j} + 2\hat{k}$; $\vec{c} = 2\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$

Proszę zbadać, czy wektory $\vec{a}$ i $\vec{b}$ są do siebie prostopadłe / równoległe oraz wyliczyć:

a) $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})$

c) $\vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c})$

b) $\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c})$

d) $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c})$

5. Proszę znaleźć iloczyny wektorowe (oraz podać ich wartość) lub skalarne:

a) $\hat{i} \cdot \hat{k}$

c) $\hat{j} \cdot (-\hat{j})$

e) $(-\hat{i}) \times (-\hat{j})$

b) $(-\hat{k}) \cdot (-\hat{j})$

d) $\hat{k} \times \hat{j}$

f) $\hat{k} \times (-\hat{j})$

6. Dany jest wektor $\vec{a} = -2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k}$. Proszę obliczyć jego długość oraz miary kątów, jakie tworzy on z osiami układu współrzędnych.

7. Dane są wektory $\vec{a} = [2,2]$ i $\vec{b} = [-1,0]$. Proszę wyznaczyć:

a) długości obu wektorów

b) współrzędne oraz długość wektora $\vec{c}$, jeżeli $\vec{c} = \vec{a} + 2\vec{b}$

c) miarę kąta, jaki tworzy wektor $\vec{c}$ z osią OX

d) długość wektora $\vec{d}$, jeżeli $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$

8. Proszę obliczyć iloczyn skalarny wektora łączącego punkty P(2,1,-3) i Q(1,3,0) oraz wektora łączącego punkty R(-1,2,3) i S(1,3,2).

9. W jednowymiarowym układzie współrzędnych położenie ciała opisane jest równaniem: $x(t) = -\frac{1}{3}t^3 + t^2 + t$. Proszę znaleźć:

- współrzedną prędkości i przyspieszenia,
- drogę przebytą przez ciało w ciągu pierwszych dwóch sekund ruchu oraz w drugiej sekundzie ruchu
- masę ciała, jeśli współrzedna siły wypadkowej działającej na ciało w chwili $t = 0$ wynosi 1 N.
- współrzedną siły wypadkowej działającą na ciało w chwili $t = 2$ s
- energię kinetyczną w chwili $t = 5$ s
- pracę wykonaną przez siłę wypadkową od początku ruchu ($t=0$) do chwili $t = 5$ s.

10. Punkt materialny porusza się po fragmencie elipsy o równaniu: $x^2/c^2 + y^2/b^2 = 1$ położonej w pierwszej ćwiartce układu współrzędnych, przy czym warunki początkowe: $\mathbf{r}(0) = [0, b]$; $\mathbf{v}(0) = [v_0, 0]$, a b, c, v_0 są danymi, dodatnimi stałymi wyrażonymi w odpowiednich jednostkach układu SI. Wiedząc, że wektor przyspieszenia ma jedynie y-ową współrzedną (tzn. punktu $\mathbf{a}(t) = a_y(t)\mathbf{j}$) proszę znaleźć:

- zależność $\mathbf{r}(t)$, $\mathbf{v}(t)$ oraz $\mathbf{a}(t)$
- zależność szybkości od czasu
- czas, po jakim ciało znalazłoby się w położeniu $(c, 0)$,
Proszę przeanalizować, co dzieje się z wektorem prędkości i przyspieszenia ciała, gdy zbliża się ono do punktu $(c, 0)$

11. Ciało o masie m zaczęło zwalniać w chwili $t = 0$ tak, że położenie w funkcji czasu zmienia się zgodnie z wzorem: $x(t) = 27t - t^3$ aż do całkowitego zatrzymania. Proszę obliczyć:

- czas, po którym ciało zatrzymało się,
- wartość przyspieszenia ciała dla $t = 2$ s,
- masę ciała, jeżeli w chwili zatrzymania się, na ciało działała siła o wartości 36 N.

12. Punkt materialny o masie $m = 0,5$ kg porusza się po trajektorii opisanej równaniem:

$\mathbf{r}(t) = A \sin(\omega t) \mathbf{i} + B \cos(\omega t) \mathbf{j}$, przy czym A i B to dodatnie stałe wyrażone w odpowiednich jednostkach układu SI. Proszę wyznaczyć:

- składowe wektora przyspieszenia w tym ruchu,
- wartość siły poruszającej to ciało po 2 sekundzie.