

Fizyka

Zestaw 5

1. Po rzece płynie łódka ze stałym wektorem prędkości względem wody, zwróconym prostopadle do kierunku prądu, którego wartość wynosi v_y . Szybkość prądu rzeki, v_x , zależy od odległości y od brzegu według wzoru: $v_x = v_0 \sin(\pi y/L)$; gdzie L oznacza szerokość rzeki, a v_0 jest dodatnią stałą. Z miejscem wypływu łódki proszę związać punkt odniesienia i kartezjański układ współrzędnych (x, y) , w którym oś odciętych będzie zwrócona równolegle do brzegów rzeki, a os rzędnych – prostopadle, a następnie w tym układzie:
- odnaleźć wektor położenia łódki w zależności od czasu, $\mathbf{r}(t)$,
 - wyznaczyć równanie toru łódki,
 - znaleźć wektor prędkości łódki w zależności od czasu, $\mathbf{v}(t)$,
 - obliczyć czas przepłynięcia łodzi na drugą stronę rzeki,
 - odkryć, na jaką odległość prąd zniesie łódź.



2. Proszę znaleźć pracę siły $\vec{F}$ działającej na pewne ciało, jeśli:
- $\vec{F} = [x^3 - 2x, 0]$; przemieszczenie zachodzi wzdłuż osi x od $(0,0)$ do położenia $(3,0)$,
 - $\vec{F} = [x^2 - 2yx, 2xy - y]$; przemieszczenie zachodzi wzdłuż osi x od $(0,0)$ do położenia $(3,0)$.
 - $\vec{F} = [x^2 - 2yx, 2xy - y]$, przemieszczenie zachodzi po łamanej: $(0,0) - (2,0) - (2,3) - (3,0)$
 - $\vec{F} = [x^3 - 2x, 2x - y]$; przemieszczenie zachodzi wzdłuż prostej $y = x$ od punktu $(0,0)$ do $(3,3)$.
 - $\vec{F} = [x^3 - 2x, 2x - y]$; przemieszczenie zachodzi wzdłuż paraboli $y = x^2 + 1$ od punktu o odciętej -1 do punktu o odciętej 3 .
3. Ciało porusza się po w kartezjańskim układzie współrzędnych według równań: $x(t) = 2t$; $y(t) = t^2 + t$. Proszę wyznaczyć pracę siły, $\vec{F} = [y - x, 2x + y]$ działającej na to ciało od chwili $t = 0$ do chwili $t = 5$ s.
4. Ciało o masie m puszczone swobodnie z pewnej wysokości, przy czym do opisu jego ruchu wprowadzono jednowymiarowy układ współrzędnych, w którym ciało

poruszało się wzdłuż osi x , zgodnie z jej zwrotem, a położenie początkowe ciała wynosiło 0 (tzn. oś zwrócono poziomo w dół, a punkt wyrzucenia ciała był początkiem układu współrzędnych). Przyjmując, że zależność siły oporu ruchu od prędkości ciała dana jest przez: $\vec{F}_0 = -k\vec{v}$, gdzie $k > 0$, proszę znaleźć:

- zależność siły oporu od czasu oraz jej graniczną wartość (tj. $\lim_{t \rightarrow +\infty} \vec{F}_0(t)$),
- graniczną prędkość,
- zależność przyspieszenia od czasu,
- zależność współrzędnej położenia od czasu $x(t)$.

5. Pewne ciało początkowo początkowo spoczywa, a następnie porusza się ruchem jednostajnie przyspieszonym z przyspieszeniem o wartości $a_0 = 1 \text{ m/s}^2$. Po osiągnięciu szybkości $v_1 = 10 \text{ m/s}$, wartość przyspieszenia staje się zmienna, według wzoru:

$$a(v) = \frac{10 \text{ m}^2/\text{s}^3}{v}, \quad v - \text{szybkość chwilowa ciała. Proszę wyznaczyć zależność wartości}$$

siły rozpędzającej od czasu, jeśli czas zaczął być liczony od początku ruchu, tj. od momentu, gdy ciało początkowo spoczywało, a masa tego ciała wynosi $m = 2 \text{ kg}$.

6. Wartość prędkości pocisku wystrzeliwanego z broni palnej można mierzyć przy użyciu tzw. wahadła balistycznego. Pocisk uderza w takie wahadło (najczęściej jest to skrzynka wypełniona piaskiem) i grzęźnie w nim. Wahadło wychyla się o pewien kąt (wysokość) i na tej podstawie można ocenić szybkość pocisku. Zakładając, że masa wahadła to $M = 4 \text{ kg}$ i po uderzeniu pocisku wychyliło się ono na wysokość $h = 10 \text{ cm}$, proszę znaleźć szybkość pocisku, jeśli jego masa to $m = 10 \text{ g}$.

