

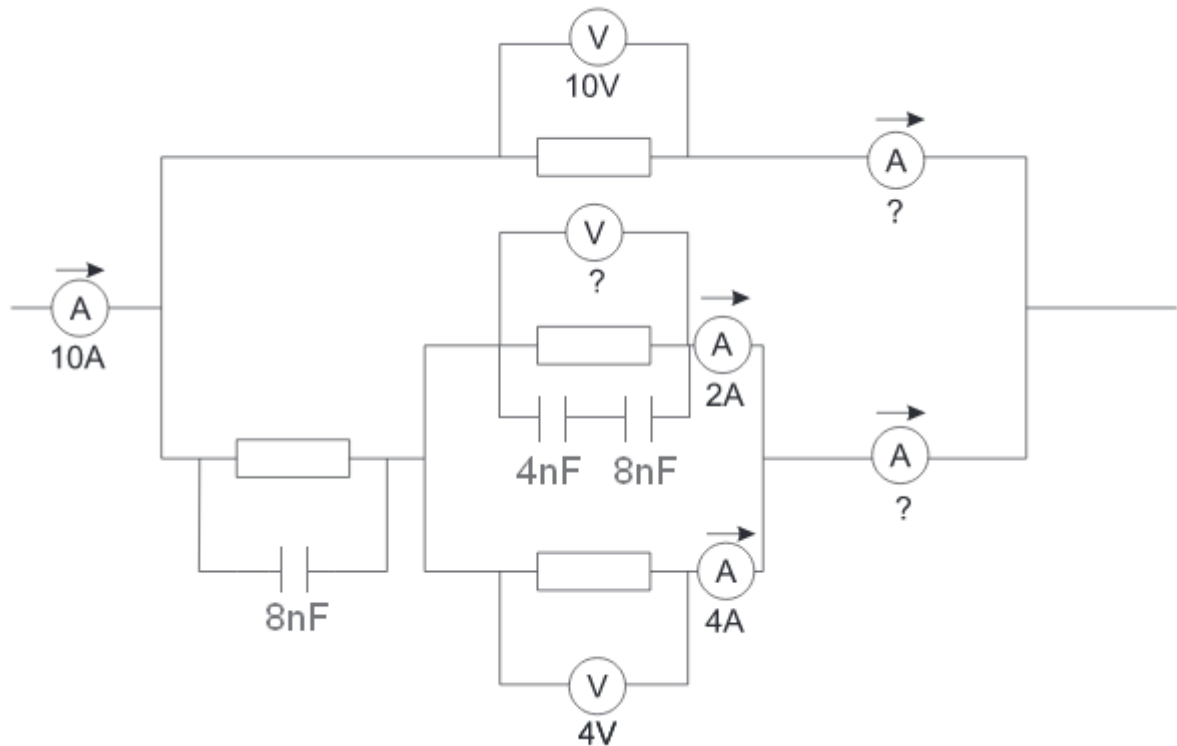
Fizyka

Zestaw 8

1. Proszę wyznaczyć (lub stwierdzić, że to niemożliwe) gradient, dywergencję oraz rotację następujących pól [f – pole skalarne, $\mathbf{w}$ – pole wektorowe]:
 - a) $f(x,y,z) = 2xy + x^2yz + z$
 - b) $f(x,y,z) = \sin(x+y) + x\cos(z)$
 - c) $\mathbf{w} = [x,y]$
 - d) $\mathbf{w} = [x,-y]$
 - e) $\mathbf{w} = [y,x]$
 - f) $\mathbf{w} = [12xy, 16x^2yz, x-y]$
2. Proszę pokazać, że pole $\vec{w}(\vec{r}) = \frac{A}{r^2} \hat{r}$, gdzie A jest stałą różną od 0, jest polem zachowawczym, tzn. że $\text{rot } \mathbf{w}$ jest zerowa.
3. Proszę uzasadnić, że pole centralne $\vec{w}(\vec{r}) = f(r)\vec{r}$ jest polem zachowawczym.
4. Proszę uzasadnić, że jeśli f jest skalarnym polem centralnym, to $\nabla f(r) = \frac{\partial f(r)}{\partial r} \hat{r}$
5. Proszę uzasadnić, że pole elektryczne $\vec{E} = \frac{kQ}{r^2} \hat{r}$, którego źródłem jest ładunek punktowy Q jest polem zachowawczym. Proszę pokazać, że potencjał dla tego pola może być dany przez:
$$V(r) = \frac{kQ}{r}.$$
6. Metalową kulę o promieniu R naładowano ładunkiem Q . Proszę wyznaczyć zależność potencjału pola elektrostatycznego od odległości od środka tej kuli.
7. Proszę uzasadnić, że pojemność płaskiego kondensatora wyraża się wzorem $C = \frac{\epsilon S}{d}$.
8. Poprzez analizę pracy, którą należy wykonać, aby naładować płaski kondensator o pojemności C ładunkiem Q , proszę pokazać, że energia takiego kondensatora może być wyrażona wzorem:
$$E = \frac{Q^2}{2C}.$$
9. Kondensator płaski o pojemności C podłączono do źródła napięcia U . Następnie, nie odłączając go od źródła napięcia, zmieniono odległość między okładkami n -krotnie ($n > 1$). Proszę sprawdzić jak i ile razy zmieni się energia tego kondensatora, jeśli:
 - a) tę odległość zwiększono,
 - b) tę odległość zmniejszono.
10. Kondensator płaski o pojemności C podłączono do źródła napięcia U . Po naładowaniu, odłączono go od źródła. Następnie zmieniono odległość między okładkami n -krotnie ($n > 1$). Proszę sprawdzić jak i ile razy zmieni się energia tego kondensatora, jeśli:
 - a) tę odległość zwiększono,
 - b) tę odległość zmniejszono.
11. Kondensator płaski naładowano ładunkiem Q . Następnie między jego okładki wsunięto dielektryk o względnej przenikalności elektrycznej ϵ_r . Proszę określić jak i ile razy zmieni się jego energia, jeśli:
 - a) kondensator nie był podłączony do źródła napięcia,

- b) kondensator był stale podłączony do źródła napięcia (tego, które spowodowało jego pierwotne naładowanie).
12. Proszę wykresić zależność energii kondensatora płaskiego o pojemności $C = 4\mu\text{F}$ od kwadratu napięcia panującego między jego okładkami, jeśli napięcie będzie się zmieniać w zakresie od 0 do 5 V.
13. Proszę znaleźć pojemność długiego kondensatora cylindrycznego, jeśli jego długość wynosi L , promień wewnętrznej okładki R_1 , a promień zewnętrznej okładki R_2 . Kondensator wypełniony jest dielektrykiem o względnej przenikalności elektrycznej ϵ_r .
14. Proszę wyznaczyć strumień wektora natężenia pola elektrostatycznego przenikającego przez powierzchnię wyznaczoną przez trójkąt równoboczny, jeśli długość boku tego trójkąta to a i nachylony jest on (trójkąt) pod kątem α do linii pola elektrostatycznego.
15. Proszę wyznaczyć strumień wektora natężenia pola elektrostatycznego przenikającego przez powierzchnię kwadratu o wierzchołkach w punktach $A(3,0,0)$, $B(6,0,4)$, $C(6,5,4)$, $D(3,5,0)$, jeśli pole elektryczne jest zadane przez $E(x,y,z) = [2z,0,0]$. Wszystkie współczynniki liczbowe wyrażone są w metrach lub niutonach na kulomb.
16. Proszę wyznaczyć, wykorzystując prawo Gaussa, zależność natężenia pola elektrycznego od położenia, jeśli źródłem wytwarzanego pola jest dodatni ładunek punktowy q umieszczony w początku układu współrzędnych. Proszę skonfrontować otrzymany wynik z tego, który wynika z prawa Coulomba.
17. Nieskończenie długa nić naładowana została ładunkiem dodatnim o gęstości liniowej λ . Proszę wyznaczyć rozkład natężenia pola elektrycznego wokół nici, wykorzystując:
- a) prawo Coulomba,
 - b) prawo Gaussa.
18. Proszę znaleźć rozkład natężenia pola elektrostatycznego, jeśli jego źródłem jest:
- a) Naładowana ładunkiem q sfera o promieniu R ,
 - b) Naładowana jednorodnie (objętościowo) ładunkiem Q kula o promieniu R .
19. Nieskończenie długi walec o promieniu R został naładowany jednorodnie ładunkiem o gęstości objętościowej ρ . Proszę znaleźć rozkład natężenia pola elektrycznego w tym układzie.
20. Punkt P znajduje się między dwiema nieskończonymi, równoległymi płytami naładowanymi i jest odległy od płyty o powierzchniowej gęstości ładunku równej $-\sigma$ o d , a od płyty o powierzchniowej gęstości ładunku równej $+\sigma$ o $3d$. Proszę wyznaczyć wartość i kierunek natężenia pola elektrycznego wytworzonego przez te płyty w punkcie P .
21. Przewodząca powłoka sferyczna o ładunku $-3Q$ otacza cząstkę o ładunku $+5Q$. Promień wewnętrzny powłoki wynosi $R_1 = 0,8\text{ m}$, a jej promień zewnętrzny $R_2 = 1,4\text{ m}$. Proszę wyznaczyć wartość i kierunek natężenia pola elektrycznego:
- a) w punkcie A odległym od środka powłoki o $d_1 = 0,5\text{ m}$,
 - b) w punkcie B odległym od środka powłoki o $d_2 = 1\text{ m}$,
 - c) w punkcie C odległym od środka powłoki o $d_3 = 2\text{ m}$.

22. Wewnątrz półkuli o promieniu R znajduje się ładunek Q , a strumień pola elektrycznego przez powierzchnię kopuły (powierzchnię zakrzywioną) wynosi I . Proszę wyznaczyć strumień wektora E przenikający przez płaską podstawę półkuli.
23. Proszę wyznaczyć strumień pola elektrycznego danego wzorem $\vec{E} = (20 \text{ N/C})\hat{i} + (30 \text{ N/C})\hat{j} + (40 \text{ N/C})\hat{k}$ przez powierzchnię $S = 4.0 \text{ m}^2$, która stanowi fragment płaszczyzny yz .
24. Proszę znaleźć brakujące natężenia prądów i napięcia (oznaczone „?”) w poniższym układzie oraz znaleźć ładunki zgromadzone na każdym z kondensatorów (podane wartości napięć i natężeń dotyczą stanu stacjonarnego – po naładowaniu kondensatorów).



25. Przyjmując, że każdy atom miedzi jest źródłem jednego elektronu, proszę wyznaczyć gęstość ładunku w miedzianym przewodniku. Gęstość miedzi i jej masę molową proszę znaleźć w tablicach fizycznych. Zakładając ponadto, że do końców tego przewodnika przyłożono napięcie $U = 20 \text{ V}$, proszę znaleźć wartość prędkości dryfu elektronów. Długość tego przewodnika wynosi $l = 2 \text{ m}$. Opór właściwy miedzi proszę znaleźć w tablicach fizycznych.