

Fizyka 2

Zestaw 1

równanie oscylatora harmonicznego

$$\vec{F} = -k\vec{r}$$

$$F_x = -kx$$

$$ma_x = -kx$$

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = -kx$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0$$

$$x(t) = A \sin(\omega t + \varphi) ; \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

równanie falowe (1D)

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{1}{v^2} \frac{d^2y}{dt^2}$$

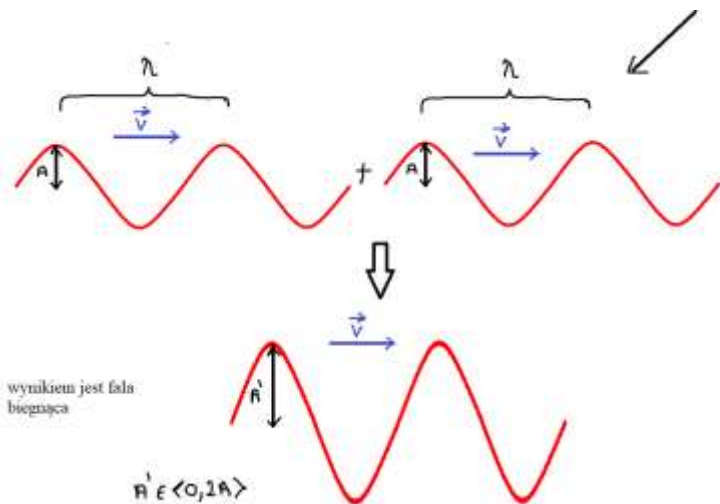
$$y = y(x \pm vt)$$

e.g

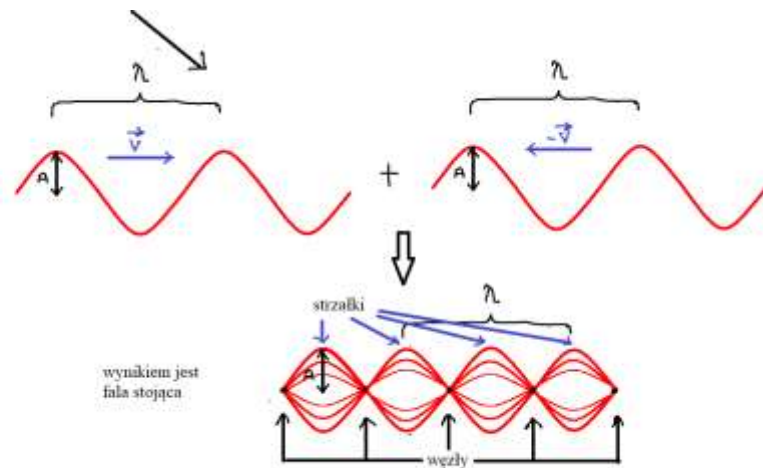
$$y(x, t) = A \sin(kx - \omega t)$$

Interferencja (nakładanie się) identycznych fal biegnących

w tę samą stronę



w przeciwną stronę



1. Cząstka porusza się ruchem harmonicznym prostym wzdłuż osi OX między położeniami $x = -A$ i $x = A$. Okres drgań wynosi T oraz $x(0) = A$. Proszę:
 - a) zapisać funkcję opisującą zmiany położenia cząstki w czasie, $x(t)$,
 - b) określić położenie cząstki i współrzędną prędkości w chwili $t = 0,75 T$
2. Cząstka o masie $m = 0.02 \text{ kg}$ porusza się ruchem harmonicznym, przy czym $x(t) = 2\cos(50t)$, gdzie x wyrażone jest w cm, a t w s. Proszę znaleźć:
 - a) największą szybkość cząstki, $v_{\max}$
 - b) stałą sprężystości, k
 - c) największą energię potencjalną cząstki.
3. Ciało o masie $m = 0.25 \text{ kg}$ porusza się ruchem harmonicznym prostym, stała sprężystości sprężyny ma wartość $k = 200 \text{ N/m}$. Proszę wyznaczyć zapłitudę drgań, wiedząc, że przy wychyleniu ciała $x = 0.15 \text{ m}$ jego szybkość wynosi $v = 3 \text{ m/s}$. Czy wynik zależy od zwrotu prędkości?
4. Okres drgań wahadła matematycznego na powierzchni Ziemi wynosi $T_1 = 1 \text{ s}$. Jaki będzie okres drgań tego wahadła, jeśli przeniesiemy je na powierzchnię planety, dla której wartość przyspieszenia grawitacyjnego stanowi $1/10$ wartości ziemskiego przyspieszenia grawitacyjnego?
5. Proszę sprawdzić, że funkcja $y(x,t) = A\sin(kx - \omega t)$ spełnia równanie falowe. Proszę wyznaczyć szybkość tej fali w zależności od liczby falowej k i częstotliwości kołowej ω .
6. Fala opisana jest funkcją falową postaci:

$$y(x,t) = 5 \cdot e^{-(x+4t)^2}$$

gdzie x wyrażane jest w metrach, a t w sekundach.

- a) Proszę uzasadnić, że powyższa funkcja spełnia równanie falowe.
 - b) Proszę określić kierunek rozchodzenia się tej fali, oraz jej szybkość.
7. Metrowy pręt zamocowano na osi przechodzącej w odległości $a \approx 0,29 \text{ m}$ od jego środka masy i wprowadzono w ruch harmoniczny prosty jako wahadło fizyczne. Proszę sprawdzić, który z wymienionych warunków zachodzi dla podanej wartości a .
 - I. okres wahań jest największy
 - II. okres wahań jest najmniejszy i równy zero
 - III. częstość drgań jest największa
 - IV. częstość drgań jest zależna od amplitudy
 - V. pręt można traktować jak wahadło matematyczne

8. Wskutek pobudzenia do drgań sznura, rozchodzi się w nim fala o częstotliwości $f = 4$ Hz i długości $\lambda = 60$ cm. Proszę znaleźć szybkość tej fali. Dodatkowo wiedząc, że amplituda drgań cząsteczek ośrodka wynosi $A = 4$ cm, proszę znaleźć maksymalną wartość przyspieszenia, którą mają cząsteczki sznura, wykonując ruch drgający.

9. Sinusoidalna fala poprzeczna rozchodząca się w sznurze w dodatnią stronę osi OX ma amplitudę $A = 15$ cm, długość $\lambda = 40$ cm i częstotliwość $f = 8$ Hz. Wiadomo także, że wychylenie cząstki w chwili $t = 0$ i w położeniu $x = 0$ wynosi $y(0,0) = 15$ cm. Proszę znaleźć liczbę falową, okres fali, częstość kołową, szybkość i zapisać równanie tej fali.

10. Dwie fale dane są przy pomocy funkcji falowych:

$$y_1 = 3.0 \cos(4.0x - 1.6t)$$

$$y_2 = 4.0 \sin(5.0x - 2.0t)$$

Gdzie x mierzone jest w centymetrach, a t – w sekundach. Proszę znaleźć wynik nałożenia się tych fal na siebie:

- a) dla $x = 1$ cm, $t = 1$ s,
- b) dla $x = 1$ cm, $t = 0.5$ s,
- c) dla dowolnego punktu w dowolnej chwili (funkcję falową dwóch interferujących ze sobą fal).

11. Dwie fale sinusoidalne o jednakowej częstotliwości i amplitudzie A rozchodzą się w tym samym ośrodku, nakładając się na siebie. Powstała fala ma amplitudę $1.5A$. Proszę znaleźć różnicę faz nakładających się fal.

12. Dwie sinusoidalne fale o tej samej częstości kołowej i tej samej amplitudzie y_m , poruszają się w tym samym kierunku w tym samym ośrodku, nakładając się na siebie. Różnica faz tych fal wynosi 45° . Proszę odnaleźć amplitudę fali wypadkowej.

13. Dwie fale o identycznej częstotliwości $f = 200$ Hz i tej samej amplitudzie biegną w przeciwne strony, nakładając się na siebie. Wiadomo, że odległość między trzecim i szóstym węzłem powstałej fali stojącej wynosi $d = 80$ cm. Proszę znaleźć:

- a) długość fali,
- b) szybkość nakładających się fal.

14. Fala poprzeczna opisana jest równaniem:

$$y = (0.120 \text{ m}) \sin(\pi x/8 + 4\pi t)$$

- a) Proszę znaleźć współrzędną prędkości oraz przyspieszenia (w ruchu drgającym) cząstki ośrodka w położeniu $x = 1,6$ m, w czasie $t = 0,2$ s

- b) Proszę wyznaczyć długość tej fali oraz jej szybkość.

15. Trzy fale sinusoidalne rozchodzą się wzdłuż identycznych strun, o tym samym naprężeniu, przy czym:

$$y_1(x,t) = A \sin(3x - 6t),$$

$$y_2(x,t) = A \sin(4x - 8t),$$

$$y_3(x,t) = A \sin(6x - 12t).$$

Proszę wyznaczyć częstotliwości, długości tych fal oraz szybkość rozchodzenia się tych fal, jeśli wszystkie współczynniki zostały podane w podstawowych jednostkach układu SI.

16. Sinusoidalna fala poprzeczna ma szybkość $v = 50 \text{ m/s}$. Wiedząc, że powstała ona w strunie o masie $m = 0.6 \text{ kg}$ i długości $L = 5 \text{ m}$, proszę znaleźć wartość siły naprężającej strunę.
17. Struna pianina ma liniową gęstość masy wynoszącą $\mu = 5 \cdot 10^{-3} \text{ kg/m}$ i jest naprężana siłą o wartości $F_N = 1350 \text{ N}$. Proszę znaleźć szybkość fali powstałej w strunie.

Dwie sinusoidalne fale o tej samej częstotliwości kołowej i tej samej amplitudzie y_m , poruszają się w tym samym kierunku w tym samym ośrodku, nakładając się na siebie. Różnica faz tych fal wynosi 45° . Proszę odnaleźć amplitudę fali wypadkowej.